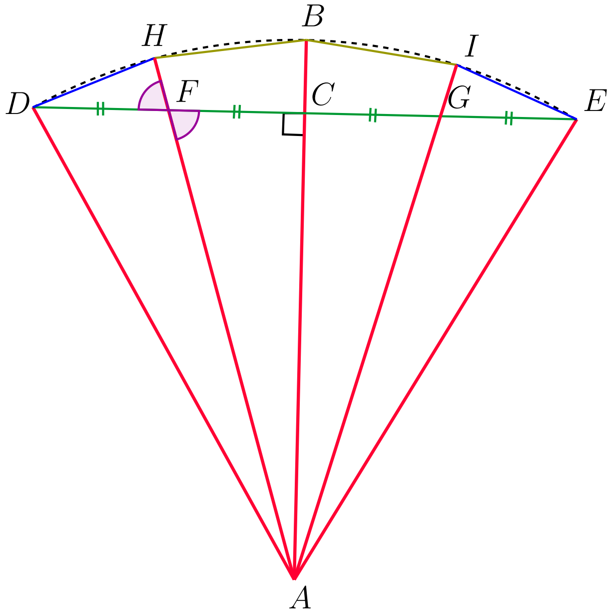
Le coefficient cherché vaut : $a = \dfrac{DF}{AB}$.



- le rayon de la sphère est $\sqrt{\phi+2}$:

$$AD = AH = AB = AI = AE = \sqrt{\phi+2}$$

- Chaque face mesure 2 :

$$DF = FC = CG = GE = \frac{1}{2}$$

- En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle DCA :

$$CA = \sqrt{AD^2 - DC^2} = \sqrt{\phi+2-1} = \sqrt{\phi+1}$$

- En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle DCA :

$$AF = \sqrt{CA^2 + CF^2} = \sqrt{\phi+1+1/4} = \frac{\sqrt{4\phi+5}}{2}$$

- Par différence :

$$FH = AH - AF = \sqrt{\phi+2} - \frac{\sqrt{4\phi+5}}{2}$$

- Dans le triangle rectangle ACF :

$$\widehat{AFC} = \text{atan}\left(\frac{CA}{CF}\right) = \text{atan}\left(2\sqrt{\phi+1}\right)$$

- La relation $\cos(\arctan(x)) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ pour x réel donne : $\cos\left(\widehat{DFH}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{4\phi+5}}$
- Finalement la relation d'Al-Kashi donne :

$$DH^2 = FD^2 + FH^2 - 2 \times FD \times FH \times \cos(\widehat{DFH})$$

$$DH^2 = \frac{1}{4} + \left(\sqrt{\phi+2} - \frac{\sqrt{4\phi+5}}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times \left(\sqrt{\phi+2} - \frac{\sqrt{4\phi+5}}{2}\right) \times \frac{1}{\sqrt{4\phi+5}}$$

$$DH^2 = 5 + \sqrt{5} - \sqrt{\frac{45+17\sqrt{5}}{2}} - \sqrt{\frac{25-3\sqrt{5}}{58}}$$

- Enfin :

$$a = \frac{DH}{AB} = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}-\sqrt{\frac{45+17\sqrt{5}}{2}}-\sqrt{\frac{25-3\sqrt{5}}{58}}}{\phi+2}}$$

$$a = \frac{DH}{AB} = \sqrt{2 - \frac{\sqrt{90+34\sqrt{5}}+\sqrt{\frac{50-6\sqrt{5}}{29}}}{\sqrt{5}+5}}$$

$$a \approx 0{,}253184595784$$